

Bab 6

Barisan dan Deret Bilangan

Sumber: www.scatork.com

Pada bab ini, kamu akan diajak untuk memahami barisan dan deret bilangan serta penggunaannya dalam pemecahan masalah dengan cara menentukan pola barisan bilangan sederhana, menentukan suku ke- n barisan aritmetika dan barisan geometri, menentukan jumlah n suku pertama deret aritmetika dan deret geometri, serta memecahkan masalah yang berkaitan dengan barisan dan deret.

Barisan dan deret bilangan tentu merupakan pelajaran yang baru kamu kenal. Konsep barisan dan deret bilangan sangat penting perannya dalam ilmu pengetahuan dan teknologi serta dalam kehidupan sehari-hari, seperti uraian berikut ini.

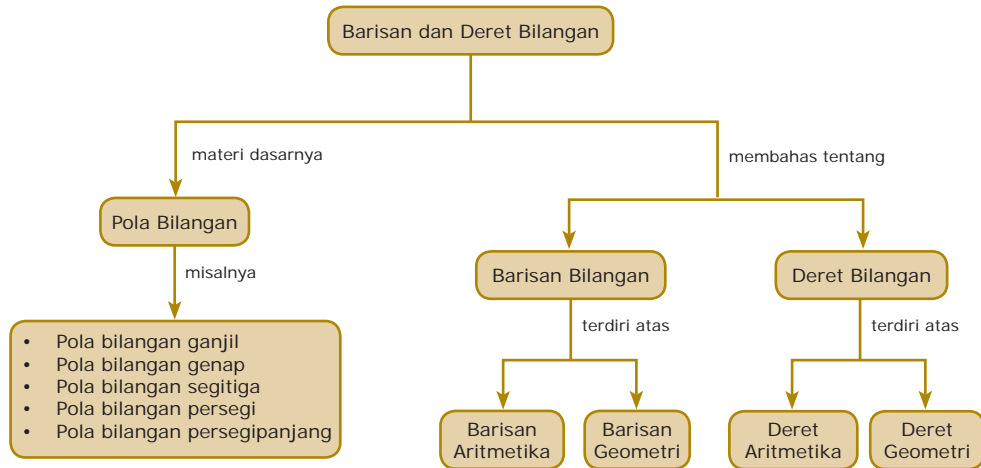
Sebuah stadion olahraga yang baru dibangun mempunyai 100 tempat duduk pada barisan paling depan di tribun barat dan timur, serta 60 tempat duduk pada barisan paling depan di tribun utara dan selatan. Setiap baris tempat duduk tersebut 4 kursi lebih banyak daripada baris di depannya. Berapa kapasitas penonton dalam stadion tersebut jika terdapat 25 baris tempat duduk?

Untuk menjawab permasalahan tersebut, kamu harus mempelajari konsep barisan dan deret bilangan seperti materi yang dibahas pada bab ini.

- A. Pola Bilangan
- B. Barisan dan Deret Bilangan



Diagram Alur

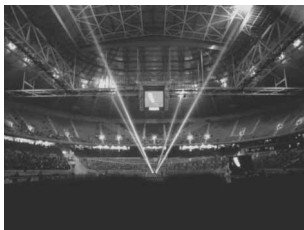


Tes Apersepsi Awal

Sebelum mempelajari materi bab ini, kerjakanlah soal-soal berikut di buku latihanmu.

1. Sebutkanlah bilangan genap positif yang kurang dari 20.
2. Sebutkanlah bilangan ganjil positif antara 11 dan 30.
3. Sebutkanlah bilangan kuadrat dari 1 sampai dengan 15.
4. Sebutkanlah bilangan asli kelipatan 6 antara 1 dan 100.
5. Sebutkanlah bilangan asli kelipatan 10 dari 10 sampai dengan 250.

A. Pola Bilangan



Sumber: CD Image

Gambar 6.1 ▲

Gambar 6.1 memperlihatkan gedung pertunjukan yang mempunyai 40 tempat duduk pada barisan paling depan. Setiap baris tempat duduk tersebut 4 kursi lebih banyak daripada baris di depannya.

Apabila kamu tuliskan banyaknya tempat duduk pada setiap baris, diperoleh tabel sebagai berikut.

Baris ke-	1	2	3	4	5	...	20
Banyak Kursi	40	44	48	52	56	...	116

Amati bilangan-bilangan 40, 44, 48, 52, 56, ..., 116. Bilangan-bilangan tersebut membentuk suatu kumpulan (himpunan) bilangan dengan pola tertentu, yang setiap suku berikutnya diperoleh dari suku sebelumnya ditambah 4. Contoh lain bilangan-bilangan yang memiliki pola adalah nomor rumah di jalan raya atau di perumahan. Rumah-rumah di sebelah kiri bernomor 1, 3, 5, 7, 9, ..., 87. Adapun rumah-rumah di sebelah kanan bernomor 2, 4, 6, 8, 10, ..., 88.

Amati barisan bilangan 1, 3, 5, 7, 9, ..., 87 dan juga barisan bilangan 2, 4, 6, 8, 10, ..., 88.

Kedua barisan bilangan tersebut memiliki pola, dengan setiap suku berikutnya diperoleh dari suku sebelumnya ditambah 2.



Sumber: Dokumentasi Penerbit

▲ **Gambar 6.2**

Penomoran rumah di suatu jalan merupakan contoh pola bilangan.

1. Pengertian Pola Bilangan

Jika kamu amati, anggota-anggota himpunan bilangan yang telah dipelajari, diurutkan dengan suatu aturan tertentu sehingga bilangan-bilangan pada himpunan tersebut membentuk suatu barisan.

Suatu barisan bilangan dapat ditunjukkan dengan pola-pola. Untuk itu, pelajarilah barisan bilangan berikut ini.

- a. Barisan 1, 3, 5, 7, 9 ... disebut *barisan bilangan ganjil*. Pola barisan ini dapat dilihat pada Gambar 6.3.



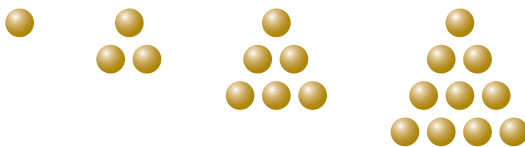
◀ **Gambar 6.3**

- b. Barisan 2, 4, 6, 8,
Barisan ini disebut *barisan bilangan asli genap*. Polanya dapat dilihat pada Gambar 6.4.



▲ **Gambar 6.4**

- c. Amati Gambar 6.5 berikut.



◀ **Gambar 6.5**

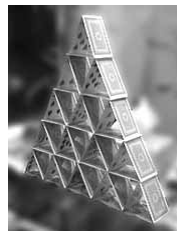
Pola tersebut dapat disusun dengan barisan bilangan berikut.

$$1 = 1$$

$$3 = 1 + 2$$

$$6 = 1 + 2 + 3$$

$$10 = 1 + 2 + 3 + 4$$



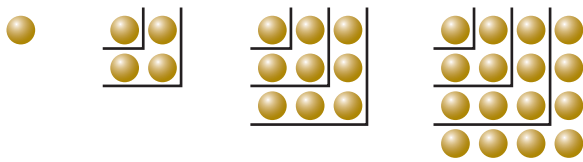
Sumber: images.search.yahoo.com

▲ **Gambar 6.6**

Pola bilangan tersebut adalah salah satu contoh barisan bilangan segitiga.

- d. Amati pola bilangan pada Gambar 6.7. Pola bilangan pada Gambar 6.7 disebut pola bilangan persegi. Mengapa? Diskusikan dengan temanmu.

Gambar 6.7 ►



Tugas untukmu

Coba kamu selidiki mengapa barisan 1, 3, 6, 10, ... disebut *barisan bilangan segitiga*. Jelaskan hasil penyelidikannya.

Pola tersebut dapat disusun dari barisan bilangan berikut.

$$1 = 1 \text{ atau } 1^2 = 1$$

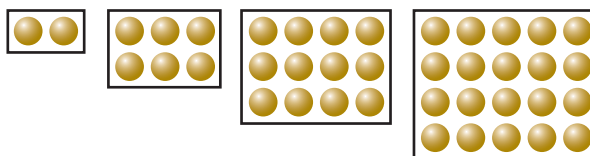
$$4 = 1 + 3 \text{ atau } 2^2 = 1 + 3$$

$$9 = 1 + 3 + 5 \text{ atau } 3^2 = 1 + 3 + 5$$

$$16 = 1 + 3 + 5 + 7 \text{ atau } 4^2 = 1 + 3 + 5 + 7$$

- e. Pola bilangan persegipanjang di antaranya dapat kamu lihat pada Gambar 6.8.

Gambar 6.8 ►



Pola tersebut dapat disusun dari barisan bilangan berikut.

$$2 = 1 \times 2$$

$$12 = 3 \times 4$$

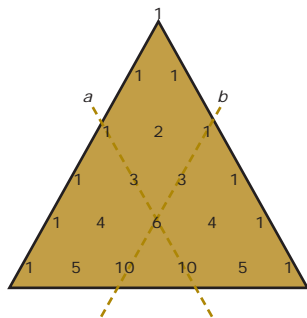
$$6 = 2 \times 3$$

$$20 = 4 \times 5$$

Mengapa barisan tersebut dinamakan *barisan persegipanjang*? Coba kamu jelaskan.

2. Pola Bilangan pada Segitiga Pascal

Orang yang pertama kali menemukan susunan bilangan yang berbentuk segitiga adalah *Blaise Pascal*. Untuk mengabadikan namanya, hasil karyanya tersebut kemudian disebut *segitiga Pascal*. Adapun bentuk dari bilangan pada segitiga itu tampak dalam Gambar 6.9.



Gambar 6.9 ▲

Jika kamu amati dengan cermat, bilangan-bilangan yang terdapat pada segitiga Pascal memiliki pola tertentu, yaitu dua bilangan yang berdekatan dijumlahkan untuk mendapatkan bilangan pada baris selanjutnya.

Sekarang, amati bilangan-bilangan yang terdapat pada sepanjang garis *a* dan *b* pada Gambar 6.9. Bilangan-bilangan tersebut membentuk suatu barisan dengan aturan berikut.

$$1 = 1$$

$$1 + 2 = 3$$

$$1 + 2 + 3 = 6$$

$$1 + 2 + 3 + 4 = 10$$

Dengan demikian, barisan 1, 3, 6, 10, ... merupakan barisan bilangan pada segitiga Pascal.

Segitiga Pascal dapat digunakan untuk menentukan koefisien pada suku banyak $(x + y)^n$ dengan n bilangan asli. Misalnya,

$$(x + y)^1 = 1x + 1y = x + y$$

$$(x + y)^2 = 1x^2 + 2xy + 1y^2 = x^2 + 2xy + y^2$$

$$(x + y)^3 = 1x^3 + 3x^2y + 3xy^2 + 1y^3 = x^3 + 3x^2y + 3xy^2 + y^3$$

$$(x + y)^4 = 1x^4 + 4x^3y + 6x^2y^2 + 4xy^3 + 1y^4 \\ = x^4 + 4x^3y + 6x^2y^2 + 4xy^3 + y^4$$

3. Menemukan Pola dari Perhitungan Bilangan

Pada Bagian 1, kamu telah mengetahui bahwa jumlah bilangan-bilangan ganjil berurutan (jumlah n bilangan ganjil yang pertama) memiliki pola tertentu, yaitu:

$$1 + 3 = 2^2,$$

$$1 + 3 + 5 = 3^2,$$

$$1 + 3 + 5 + 7 = 4^2, \text{ dan seterusnya.}$$

Jika kamu amati, akan diperoleh:

- Jumlah *dua* bilangan ganjil yang pertama sama dengan *kuadrat* dari bilangan 2,
- Jumlah *tiga* bilangan ganjil yang pertama sama dengan *kuadrat* dari bilangan 3,
- Jumlah *empat* bilangan ganjil yang pertama sama dengan *kuadrat* dari bilangan 4, dan seterusnya.

Sekarang, amatilah pola bilangan dari perhitungan berikut ini.

$$2^2 - 1^2 = 4 - 1 = 3 = 2 + 1,$$

$$3^2 - 2^2 = 9 - 4 = 5 = 3 + 2,$$

$$4^2 - 3^2 = 16 - 9 = 7 = 4 + 3,$$

$$5^2 - 4^2 = 25 - 16 = 9 = 5 + 4, \text{ dan seterusnya.}$$

Pola bilangan ini menunjukkan bahwa *selisih dari kuadrat bilangan berurutan sama dengan jumlah dari bilangan berurutan tersebut*. Hal ini dapat ditunjukkan dengan cara aljabar berikut ini.

InfoMatika



Blaise Pascal
(1623–1662)

Blaise Pascal, ilmuwan berkebangsaan Prancis yang merupakan keajaiban dalam dunia matematika. Segitiga Pascal yang ditunjukkan di sini telah dikenal selama 600 tahun. Kemudian, ia menemukan bahwa banyak dari sifat-sifat segitiga dihubungkan dengan barisan-barisan dan deret-deret yang istimewa.

Sumber: *Ensiklopedi Matematika & Peradaban Manusia*, 2002

Misalkan, bilangan yang berurutan itu adalah a dan $a + 1$ maka

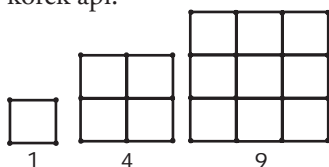
$$\begin{aligned}(a + 1)^2 - a^2 &= a^2 + 2a + 1 - a^2 \\ &= 2a + 1 = (a + 1) + a\end{aligned}$$

Pola bilangan tersebut selalu benar untuk setiap a bilangan asli.

Tes Kompetensi 6.1

Kerjakan soal-soal berikut dalam buku latihanmu.

1. a. Gambar berikut menunjukkan suatu pola yang disusun dari batang-batang korek api.



Salingambar tersebut, kemudian lanjutkan dengan dua suku berikutnya.

- b. Berdasarkan gambar tersebut, tuliskan barisan bilangannya.
- c. Pola bilangan apakah yang memiliki barisan seperti itu?
2. Gambarkan pola noktah (seperti pada Gambar 6.3) dengan menggunakan barisan bilangan berikut.
- a. $(1 \times 4), (2 \times 5), (3 \times 6), (4 \times 7), \dots$
- b. $(2 \times 1), (2 \times 2), (2 \times 3), (2 \times 4), \dots$
- c. $(2 + 1), (3 + 2), (4 + 3), (5 + 4), \dots$
3. Gunakan segitiga Pascal untuk menguraikan bentuk perpangkatan berikut.
- a. $(x + y)^5$
- b. $(x + y)^6$
- c. $(x - y)^3$
- d. $(x - y)^4$
4. Berapa jumlah dari:
- a. sembilan bilangan ganjil yang pertama,
- b. sebelas bilangan ganjil yang pertama,
- c. lima belas bilangan ganjil yang pertama, dan
- d. dua puluh dua bilangan ganjil yang pertama.
5. Hitunglah bilangan-bilangan berikut dengan cepat (tanpa menggunakan kalkulator).
- a. $398^2 - 397^2$
- b. $576^2 - 575^2$
- c. $1073^2 - 1072^2$
- d. $1256^2 - 1255^2$
6. Amatilah kesamaan-kesamaan berikut.
- $$15^2 = 225 = 200 + 25$$
- $$= (1 \times 2) \times 100 + 25$$
- $$25^2 = 625 = 600 + 25$$
- $$= (2 \times 3) \times 100 + 25$$
- $$35^2 = (3 \times 4) \times 100 + 25$$
- $$45^2 = (4 \times 5) \times 100 + 25$$
- Dengan melihat pola tersebut, hitunglah soal-soal berikut ini dengan cepat.
- a. 55^2
- b. 65^2
- c. 95^2
- d. 105^2
7. Amatilah kesamaan-kesamaan berikut.
- $1^3 + 2^3 = 1 + 8 = 9 = 3^2 = (1 + 2)^2$
 - $1^3 + 2^3 + 3^3 = 1 + 8 + 27 = 36 = 6^2 = (1 + 2 + 3)^2$
 - $1^3 + 2^3 + 3^3 + 4^3 = (1 + 2 + 3 + 4)^2$
- Dengan melihat pola tersebut, hitunglah soal-soal berikut ini dengan cepat.

- | | |
|--|--|
| a. $1^3 + 2^3 + 3^3 + 4^3 + 5^3$ | 8. Tentukan urutan bilangan yang habis dibagi: |
| b. $1^3 + 2^3 + 3^3 + 4^3 + 5^3 + 6^3$ | a. 10; |
| c. $1^3 + 2^3 + 3^3 + 4^3 + 5^3 + 6^3 + 7^3$ | c. 2; |
| d. $1^3 + 2^3 + 3^3 + 4^3 + 5^3 + 6^3 + 7^3 + 8^3$ | b. 5; |
| | d. 3. |

B. Barisan dan Deret Bilangan

1. Barisan Bilangan

Bilangan-bilangan yang diurutkan dengan pola (aturan) tertentu membentuk suatu barisan bilangan. Misalnya, barisan bilangan

- 40, 44, 48, 52, 56, ..., 116
- 1, 3, 5, 7, 9, ..., 51 dan
- 2, 4, 6, 8, 10, ..., 98.

Suatu barisan bilangan dapat pula dibentuk dari bilangan-bilangan yang tidak mempunyai pola (aturan) tertentu, misalnya barisan bilangan 1, 2, 5, 7, 3, 4... . Barisan bilangan seperti ini disebut *barisan bilangan sebarang*.

Bilangan-bilangan yang membentuk suatu barisan bilangan disebut *suku* barisan tersebut. Misalnya, pada barisan bilangan ganjil 1, 3, 5, 7, ... suku ke-1 dari barisan tersebut adalah 1, suku ke-2 adalah 3, suku ke-3 adalah 5, dan seterusnya. Dapatkah kamu menentukan suku ke-1, suku-2, dan suku-5 dari barisan 1, 2, 5, 7, 3, 9..., 61.

Jadi, suatu barisan bilangan dapat dikatakan sebagai suatu barisan yang dibentuk oleh suku-suku bilangan.

2. Deret Bilangan

Amati kembali barisan-barisan bilangan berikut.

- 40, 44, 48, 52, 56,
- 1, 3, 5, 7, 9,
- 2, 4, 6, 8, 10.

Berdasarkan pola ketiga barisan tersebut, dapat diperoleh penjumlahan berikut.

- $40 + 44 + 48 + 52 + 56$,
- $1 + 3 + 5 + 7 + 9$,
- $2 + 4 + 6 + 8 + 10$.

Penjumlahan suku-suku dari barisan-barisan tersebut dinamakan *deret*. Oleh karena itu, jika $U_1, U_2, U_3, \dots, U_n$ adalah suatu barisan bilangan maka $U_1 + U_2 + U_3 + \dots + U_n$ dinamakan deret.

InfoMatika

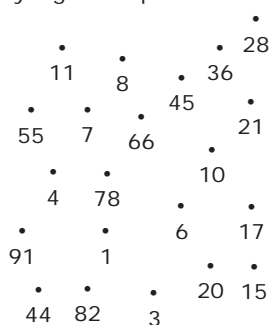
Terdapat dua macam deret bilangan berdasarkan atas banyaknya suku pada deret tersebut, yaitu deret berhingga dan deret tak berhingga. Deret berhingga adalah suatu deret yang banyak sukunya terbatas. Contoh, $1 + 2 + 3 + \dots + 100$. Deret ini ditulis dengan notasi $U_1 + U_2 + \dots + U_n$. Adapun deret tak berhingga adalah deret yang banyak sukunya tak terbatas. Contoh, $1 + 2 + 3 + \dots$. Deret ini biasanya ditulis dengan notasi $U_1 + U_2 + U_3 + \dots$. Dapatkah kamu membedakan kedua macam deret tersebut? Coba beri contoh lain deret berhingga dan deret tak berhingga.

Matematika Ria

Berikut adalah sekumpulan bilangan yang di antaranya terdapat beberapa bilangan yang memenuhi rumus

$$U_n = \frac{n(n+1)}{2}$$

Jika $U_1 = 1$, hubungkanlah bilangan-bilangan yang memenuhi rumus tersebut dengan garis. Bentuk apakah yang kamu peroleh?



3. Barisan Aritmetika

Amati keempat barisan bilangan berikut.

- $1, 3, 5, 7, 9, \dots, U_n$,
- $99, 96, 93, 90, \dots, U_n$,
- $1, 2, 5, 7, 12, \dots, U_n$,
- $2, 4, 8, 16, 32, \dots, U_n$.

Selisih dua suku berurutan pada barisan (a) selalu tetap, yaitu 2. Demikian pula selisih dua suku berurutan pada barisan (b) selalu tetap, yaitu 3. Barisan bilangan yang demikian dinamakan *barisan aritmetika*. Adapun selisih dua suku berurutan pada barisan (c) tidak tetap. Barisan bilangan (c) bukan merupakan barisan aritmetika. Apakah barisan (d) merupakan barisan aritmetika? Coba selidiki olehmu.

Pada barisan aritmetika, selisih dua suku berurutan dinamakan *beda* dan dilambangkan dengan b . Secara umum, barisan aritmetika didefinisikan sebagai berikut.

Suatu barisan $U_1, U_2, U_3, \dots, U_n, U_{n+1}$ dinamakan barisan aritmetika jika untuk setiap n bilangan asli memenuhi $U_{n+1} - U_n = U_n - U_{n-1} = \dots = U_2 - U_1 = b$.

Jika suku pertama barisan aritmetika adalah a dengan beda b maka barisan aritmetika $U_1, U_2, U_3, \dots, U_n$ menjadi

$$a, \underbrace{a+b}, \underbrace{a+2b}, \dots, \underbrace{a+(n-1)b}$$

$$\neq \quad \neq \quad \neq \quad \neq$$

$$U_1 \quad U_2 \quad U_3 \quad U_n$$

Dengan demikian, suku ke- n barisan aritmetika dirumuskan sebagai berikut.

$$U_n = a + (n-1)b$$

Dapatkan kamu menemukan rumus U_{n+1} dengan menggunakan rumus suku ke- n yang telah kamu ketahui?

GContoh 6.1

- Selidikilah apakah barisan-barisan berikut merupakan barisan aritmetika atau bukan.
 - $1, -1, -3, -5, -7, -9, -11, -13, -15$
 - $2, -2, 2, -2, -2$

Penyelesaian:

- Barisan aritmetika dengan $b = -1 - 1 = -3 - (-1) = -5 - (-3) = -2$

- b. Bukan barisan aritmetika karena selisih dua suku yang berurutan tidak sama atau tidak tetap.
2. Tentukan suku ke-20 dari barisan bilangan asli kelipatan 3 kurang dari 100.
Penyelesaian:
 Barisan bilangan asli kelipatan 3 yang kurang dari 100 adalah 3, 6, 9, 12, ..., 99.
 $a = 3$ dan $b = 3$ sehingga $U_n = a + (n - 1)b$
 $U_{20} = 3 + (20 - 1)3 = 3 + 57 = 60$
 Jadi, suku ke-20 dari barisan bilangan asli kelipatan 3 kurang dari 100 adalah 60.

3. Tuliskan lima suku pertama barisan aritmetika jika diketahui $a = 5$ dan $b = \frac{2}{5}$.

Penyelesaian:

$$U_1 = a = 5 \text{ dan } b = \frac{2}{5}$$

$$U_2 = a + b = 5 + \frac{2}{5} = 5\frac{2}{5}$$

$$U_3 = a + (3 - 1)b = a + 2b = 5 + 2 \cdot \frac{2}{5} = 5\frac{4}{5}$$

$$U_4 = a + (4 - 1)b = a + 3b = 5 + 3 \cdot \frac{2}{5} = 6\frac{1}{5}$$

$$U_5 = a + (5 - 1)b = a + 4b = 5 + 4 \cdot \frac{2}{5} = 6\frac{3}{5}$$

Jadi, lima suku pertama barisan tersebut adalah 5, $5\frac{2}{5}$, $5\frac{4}{5}$, $6\frac{1}{5}$, dan $6\frac{3}{5}$.

4. Deret Aritmetika

Berdasarkan pola kedua barisan aritmetika pada Bagian 3, dapat diperoleh penjumlahan sebagai berikut.

a) $1 + 3 + 5 + 7 + 9 + \dots + U_n$.

Deret ini dinamakan *deret aritmetika naik* karena nilai U_n semakin besar.

b) $99 + 96 + 93 + 90 + \dots + U_n$.

Deret ini dinamakan *deret aritmetika turun* karena nilai U_n semakin kecil.

Kamu dapat menentukan suku-suku pada deret aritmetika sebagai berikut.

Misalkan, jumlah n suku pertama deret tersebut dilambangkan dengan S_n maka

Siapa Berani?

1. Di antara barisan-barisan bilangan berikut, selidiki manakah yang merupakan barisan aritmetika?

a. $5, 4\frac{1}{2}, 4, 3\frac{1}{2}, 3, 2\frac{1}{2}$

b. $2, 1, \frac{1}{2}, \frac{1}{4}, \frac{1}{8}$

c. $5, \frac{11}{2}, 16, 21\frac{1}{2}, 27$

2. Tuliskan lima suku pertama barisan aritmetika jika diketahui $u_6 = 9$ dan $u_{10} = 24$.



Catatan

Jika aturan suatu barisan aritmatika ditambah b maka suku ke- n akan memuat

$b \times n$, yaitu

$$U_n = b \times n + \dots \text{ atau}$$

$$U_n = b \times n - \dots$$

Contoh:

Tentukan rumus suku ke- n dari 7, 10, 13, 16, ..., 64.

Penyelesaian:

Oleh karena aturannya ditambah tiga maka suku ke- n memuat $3n$, yaitu

$$U_1 = 7 = 3 \times 1 + 4$$

$$U_2 = 10 = 3 \times 2 + 4$$

$$U_3 = 13 = 3 \times 3 + 4$$

(Nilai 4 ditentukan sendiri

agar hasilnya sama

seperti suku barisan

yang dimaksud). Uraian

tersebut menggambarkan

rumus suku ke- n dari barisan

$$7, 10, 13, 16, \dots, \text{ yaitu}$$

$$U_n = 3 \times n + 4 = 3n + 4.$$

$$\begin{aligned}
 S_n &= a + (a + b) + \dots + (a + (n-2)b) + (a + (n-1)b) \\
 S_n &= (a + (n-1)b) + (a + (n-2)b) + \dots + (a + b) + a \\
 2S_n &= \underbrace{(2a + (n-1)b) + (2a + (n-1)b) + \dots + (2a + (n-1)b)}_{n \text{ faktor sama}}
 \end{aligned}$$

$$2S_n = n(2a + (n-1)b) \text{ maka } S_n = \frac{n}{2}(2a + (n-1)b)$$

Jadi, jumlah n suku pertama deret aritmetika adalah

$$S_n = \frac{n}{2}(2a + (n-1)b)$$

Oleh karena $U_n = a + (n-1)b$, rumus S_n dapat dituliskan sebagai berikut.

$$S_n = \frac{n}{2}(a + U_n) \text{ atau } S_n = \frac{n}{2}(U_1 + U_n)$$

Dapatkan kamu menemukan rumus S_{n+1} dengan menggunakan rumus S_n yang telah kamu ketahui?

Tugas untukmu

Dapatkan kamu membuktikan bahwa pada deret aritmetika berlaku

$$U_n = S_n - S_{n-1}?$$

Tuliskan hasil pembuktian tersebut pada buku tugasmu, kemudian kumpulkan pada gurumu.

Contoh 6.2

1. Tentukan jumlah bilangan bulat antara 250 dan 1.000 yang habis dibagi 7.

Penyelesaian:

Jumlah bilangan bulat antara 250 dan 1.000 yang habis dibagi 7 adalah $252 + 259 + 266 + \dots + 994$.

Deret bilangan ini merupakan deret aritmetika dengan $a = 252$, $b = 7$, dan $U_n = 994$ sehingga

$$U_n = a + (n-1)b \quad 994 = 252 + (n-1)7$$

$$994 = 252 + 7n - 7$$

$$994 = 245 + 7n$$

$$7n = 994 - 245$$

$$7n = 749$$

$$n = 107$$

$$S_n = \frac{n}{2}(a + U_n) \text{ maka } S_{107} = \frac{107}{2}(252 + 994) = 66.661$$

Jadi, jumlahnya adalah 66.661.

2. Jumlah n suku pertama suatu deret aritmetika dirumuskan dengan $S_n = 5n^2 - 4n$. Tentukanlah suku ke- n deret tersebut.

Penyelesaian:

Jumlah n suku pertama adalah $S_n = 5n^2 - 4n$

Jumlah $(n-1)$ suku pertama adalah

Hal Penting

- pola bilangan
- barisan aritmetika
- barisan geometri
- deret aritmetika
- deret geometri
- sukubeda
- segitiga Pascal
- jumlah n suku pertama

$$\begin{aligned}
 S_{n-1} &= 5(n-1)^2 - 4(n-1) = 5(n^2 - 2n + 1) - 4(n-1) \\
 &= 5n^2 - 10n + 5 - 4n + 4 = 5n^2 - 14n + 9 \\
 U_n &= S_n - S_{n-1} = (5n^2 - 4n) - (5n^2 - 14n + 9) \\
 &= 5n^2 - 4n - 5n^2 + 14n - 9 = 10n - 9
 \end{aligned}$$

Jadi, suku ke- n deret tersebut adalah $U_n = 10n - 9$.

Contoh 6.3

Sebuah perusahaan mobil mainan memproduksi 3.000 buah mobil mainan di tahun pertama produksinya. Karena permintaan konsumen setiap tahunnya meningkat, perusahaan tersebut memutuskan untuk meningkatkan jumlah produksinya dengan menambah produksi mobil mainan sebanyak 10% dari produksi awal tiap tahunnya. Tentukanlah:

- Jumlah mobil mainan yang diproduksi pada tahun kedelapan;
- Jumlah mobil mainan yang telah diproduksi sampai dengan tahun kedelapan.

Penyelesaian:

Langkah 1

Menentukan apa yang diketahui dan apa yang ditanyakan soal.

Diketahui: Suku pertama (a) = 3.000

$$\text{Beda } (b) = 10\% \times 3.000 = 300$$

$$n = 8$$

Ditanyakan:

- Jumlah mobil mainan yang diproduksi pada tahun kedelapan (U_8).
- Jumlah mobil mainan yang telah diproduksi sampai tahun kedelapan (S_8).

Langkah 2

- Menentukan U_8 dengan menggunakan rumus

$$U_n = a + (n-1)b, \text{ sebagai berikut.}$$

$$U_8 = a + (8-1)b = a + 7b$$

$$= 3.000 + 7(300) = 5.100$$

Jadi, jumlah mobil mainan yang diproduksi pada tahun kedelapan adalah 5.100 buah.

Langkah 3

- Menentukan S_8 dengan menggunakan rumus

$$S_n = \frac{n}{2} (a + U_n), \text{ sebagai berikut}$$

$$S_8 = \frac{8}{2} (3.000 + U_8) = 4 (3.000 + 5.100) = 32.400$$

Jadi, jumlah mobil mainan yang telah diproduksi sampai tahun kedelapan adalah 32.400 buah.

Siapa Berani?

- Jumlah n suku pertama suatu deret aritmetika ditentukan oleh rumus $S_n = 2n^2 + 3n$. Tentukan suku ke- n dan beda (b) deret tersebut.
- Sebuah perusahaan kompor memproduksi 4.000 buah kompor di tahun pertama produksinya. Setiap tahun jumlah produksinya bertambah dengan jumlah yang sama. Total produksi sampai dengan tahun kedelapan adalah 37.600 buah.
 - Berapa penambahan produksi setiap tahunnya?
 - Berapa kompor yang diproduksi pada tahun kesepuluh?
- Seorang pengusaha kecil meminjam modal m rupiah dari suatu bank dengan suku bunga tunggal 1,2% per bulan. Setelah setahun pengusaha itu mengembalikan pinjaman dan bunga sebesar 57.200.000,00. Berapa rupiah modal yang dipinjam pengusaha tersebut?

Tugas untukmu

Coba kamu gunakan kalkulator untuk mencari S_{107} dari Contoh 6.2 nomor 1 tersebut. Apakah hasil yang kamu peroleh adalah 275?



**Johan Gauss
(1771–1885)**

Banyak orang mengatakan, Johan Gauss adalah seorang jenius dalam aritmetika. Ketika ia berusia 9 tahun, seorang guru menyuruh murid-murid di kelasnya untuk menjumlahkan deret bilangan

$$1 + 2 + 3 + \dots + 40.$$

Gauss hanya memerlukan waktu beberapa saat saja untuk memperoleh jawaban (820), bahkan tanpa menulis sesuatu. Ia mendapat jawaban dalam otaknya dengan menyadari jumlah itu dapat dipikirkan sebagai berikut:

$$(1 + 40) + (2 + 39) + \dots + (20 + 21) = 41 + 41 + \dots + 41 = 20 \times 41 = 820.$$

Raja sangat kagum akan kemampuan Gauss muda sehingga raja bersedia membayar biaya pendidikannya. Akhirnya, Gauss menjadi salah satu ahli matematika terkemuka di dunia. Ia juga meninggalkan hasil karyanya dalam bidang astronomi, pengukuran tanah, dan elektromagnetisme.

Sumber: *Khazanah Pengetahuan Bagi Anak-Anak Matematika*, 1979

5. Barisan Geometri

Amatilah ketiga barisan berikut ini.

- 5, 15, 45, 135,
- 160, 80, 40, 20,
- 2, 8, 24, 120.

Pada barisan (a) tampak bahwa $\frac{15}{5} = \frac{45}{15} = \frac{135}{45} = 3$.

Jadi, perbandingan dua suku yang berurutan pada barisan tersebut sama, yaitu 3. Demikian pula barisan (b) memiliki perbandingan yang sama untuk dua suku yang berurutan, yaitu $\frac{1}{2}$. Barisan bilangan (a) dan (b) dinamakan *barisan geometri*.

Adapun perbandingan dua suku yang berurutan pada barisan (c) tidak sama. Barisan (c) bukan merupakan barisan geometri.

Perbandingan dua suku yang berurutan pada barisan geometri dinamakan *pembandingan* atau *rasio*, dilambangkan dengan p .

Secara umum, barisan geometri didefinisikan sebagai berikut.

Suatu barisan $U_1, U_2, U_3, \dots, U_n, U_{n+1}$ dinamakan barisan geometri apabila untuk setiap n bilangan asli berlaku

$$\frac{U_{n+1}}{U_n} = \frac{U_n}{U_{n-1}} = \frac{U_{n-1}}{U_{n-2}} = \dots = \frac{U_2}{U_1} = p$$

Jika suku pertama barisan geometri adalah a dengan pembandingnya p maka barisan geometri $U_1, U_2, U_3, \dots, U_n$ dinyatakan dengan

$$a, \underset{\neq}{ap}, \underset{\neq}{ap^2}, \dots, \underset{\neq}{ap^{n-1}}, \dots$$

$U_1, U_2, U_3, \dots, U_n$ sehingga rumus suku ke- n barisan geometri adalah sebagai berikut.

$$U_n = ap^{n-1}$$

Dapatkan kamu menemukan rumus U_{n+1} dengan menggunakan rumus suku ke- n yang telah kamu ketahui?

Contoh 6.4

- Selidiki apakah barisan-barisan berikut merupakan barisan geometri atau bukan.

- a. 1, 4, 16, 64, 256
 b. 1, 3, 5, 7, 9, 11, 13, 15, 17

Penyelesaian:

- a. Barisan geometri karena perbandingan dua suku berurutan sama, yaitu $\frac{4}{1} = \frac{16}{4} = \frac{64}{16} = \frac{256}{64} = 4$.
 b. Bukan barisan geometri karena perbandingan dua suku berurutan tidak sama, yaitu $\frac{3}{1} \neq \frac{5}{3}$.

2. Tentukan perbandingan (rasio) dan suku ke-8 dari barisan 2, 6, 18, 54, ..., 39.366

Penyelesaian:

$$a = 2 \text{ dan } p = \frac{6}{2} = \frac{18}{6} = 3$$

$$U_n = ap^{n-1} \text{ sehingga } U_8 = 2 \times 3^{8-1} = 2 \times 3^7 = 4.374.$$

Jadi, perbandingan (rasio) = 3 dan suku ke-8 = 4.374.

6. Deret Geometri

Seperti yang telah kamu ketahui, jika $U_1, U_2, U_3, \dots, U_n$ adalah barisan geometri maka suku-sukunya dapat ditulis $a, ap, ap^2, ap^3, \dots, ap^{n-1}$. Dari barisan geometri tersebut, kamu dapat memperoleh barisan penjumlahan berikut.

$$a + ap + ap^2 + ap^3 + \dots + ap^{n-1}$$

Barisan penjumlahan ini disebut *deret geometri*. Misalkan, jumlah n suku pertama deret geometri dilambangkan dengan S_n maka berlaku hubungan berikut.

$$S_n = a + ap + ap^2 + \dots + ap^{n-2} + ap^{n-1}$$

$$pS_n = ap + ap^2 + ap^3 + \dots + ap^{n-1} + ap^n$$

$$(1 - p)S_n = a - ap^n \\ = a(1 - p^n)$$

Dengan demikian, jumlah n suku pertama deret geometri adalah sebagai berikut.

$$S_n = \frac{a(1 - p^n)}{1 - p}; p < 1 \text{ atau } S_n = \frac{a(p^n - 1)}{p - 1}; p > 1$$

Contoh 6.5

Tentukan jumlah delapan suku pertama dari barisan 2, 6, 18, 54,

InfoMatika



Fibonacci
(1180–1250)

Fibonacci mempunyai nama lengkap Leonardo of Pisa. Dalam perjalanannya ke Eropa dan Afrika Utara, ia mengembangkan kegemarannya akan bilangan. Dalam karya terbesarnya, *Liber Abaci*, ia menjelaskan suatu teka-teki yang membawanya kepada apa yang sekarang dikenal sebagai Barisan Bilangan Fibonacci. Barisannya adalah 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, Setiap bilangan dalam barisan ini merupakan jumlah dari dua bilangan sebelumnya ($1 + 1 = 2$, $1 + 2 = 3$, $2 + 3 = 5$, ...). Barisan Fibonacci bisa diteliti dalam susunan daun bunga atau segmen-segmen dalam buah nanas atau biji cemara.

Sumber: *Ensiklopedi Matematika & Peradaban Manusia*, 2002

Tugas untukmu

Apakah mungkin suatu barisan aritmetika juga merupakan barisan geometri? Coba selidiki olehmu. Berikan beberapa contoh lalu amati. Kemudian, tuliskan hasil penyelidikanmu pada buku tugasmu dan kumpulkan pada gurumu.

Gatatan

Apabila aturan suatu barisan geometri *dikali* dengan p , maka suku ke- n akan memuat *pemangkatan* dari p .

Contoh:

Tentukan rumus suku ke- n dari 9, 27, 81, ...

Penyelesaian:

Oleh karena aturannya dikali tiga maka suku ke- n memuat 3^n , yaitu $U_1 = 9 = 3^{1+1}$ ditentukan sendiri agar hasilnya sama seperti suku barisan yang dimaksud.

$$U_2 = 27 = 3^{2+1}$$

$$U_3 = 81 = 3^{3+1}$$

Uraian tersebut menggambarkan rumus suku ke- n dari barisan 9, 27, 81, ..., yaitu $U_n = 3^{n+1}$.

Penyelesaian:

$$a = 2 \text{ dan } p = \frac{6}{2} = \frac{18}{16} = 3$$

$$S_n = \frac{a(p^n - 1)}{p - 1} \text{ sehingga}$$

$$S_8 = \frac{2(3^8 - 1)}{3 - 1} = \frac{2(6.561 - 1)}{2} = 6.560$$

Jadi, jumlah delapan suku pertamanya adalah 6.560.

2. Jumlah n suku pertama suatu deret geometri dirumuskan dengan $S_n = 2^{3n} - 1$. Tentukan suku ke- n deret tersebut.

Penyelesaian:

$$S_n = 2^{3n} - 1 \text{ maka}$$

$$S_{n-1} = 2^{3(n-1)} - 1 = 2^{3n-3} - 1 = \frac{2^{3n}}{2^3} - 1$$

$$\begin{aligned} U_n &= S_n - S_{n-1} = (2^{3n} - 1) - \left(\frac{2^{3n}}{2^3} - 1 \right) = 2^{3n} - \frac{2^{3n}}{8} \\ &= \frac{8 \cdot 2^{3n} - 2^{3n}}{8} = \frac{7 \cdot 2^{3n}}{8} = \frac{7}{8} \times 2^{3n} \end{aligned}$$

GContoh 6.6

Di sebuah kabupaten, jumlah penduduk pada 1 Januari 2008 adalah 50.000 jiwa. Jika tingkat pertumbuhan penduduk di kabupaten itu 10% per tahun, hitunglah jumlah penduduk di kabupaten itu pada 1 Januari 2018.

Penyelesaian:

Langkah 1

Menuliskan apa yang diketahui dan apa yang ditanyakan soal.

Diketahui:

- Jumlah penduduk pada 1 Januari 2008 adalah 50.000.
- Tingkat pertumbuhan penduduk 10% atau 0,1 per tahun.

Ditanyakan: Jumlah penduduk pada 1 Januari 2018.

Langkah 2

Membuat model matematika dari masalah tersebut.

Misalkan, jumlah penduduk pada 1 Januari 2008 adalah

$$U_1 = 50.000 \text{ maka diperoleh model berikut.}$$

- Jumlah penduduk pada 1 Januari 2009 adalah $U_2 = 50.000 + 0,1(50.000)$ *(gunakan sifat distributif)*
 $= 50.000(1 + 0,1)$
 $= 1,1 \times 50.000$
- Jumlah penduduk pada 1 Januari 2010 adalah $U_3 = 1,1 \times 50.000 + 0,1(1,1 \times 50.000)$ *(gunakan sifat distributif)*
 $= 1,1 \times 50.000(1 + 0,1)$

Tugas untukmu

Dapatkah kamu membuktikan bahwa pada deret geometri berlaku

$U_n = S_n - S_{n-1}$? Tuliskan hasil pembuktian tersebut pada buku tugasmu, kemudian kumpulkan pada gurumu.

Uji Kecerdikan

Dari suatu deret geometri diketahui $S_n = 150$, $S_{n+1} = 155$, dan $S_{n+2} = 157,5$. Tentukan suku pertama deret tersebut.

$$= 1,1 \times 50.000 \times 1,1$$

$$= (1,1)^2 \times 50.000$$

- Jumlah penduduk pada 1 Januari 2011 adalah

$$U_4 = (1,1)^2 \times 50.000 + 0,1\{(1,1)^2 \times 50.000\} \quad (\text{gunakan sifat distributif})$$

$$= (1,1)^2 \times 50.000 (1 + 0,1)$$

$$= (1,1)^2 \times 50.000 (1,1)$$

$$= (1,1)^3 \times 50.000$$

Dengan demikian, diperoleh barisan berikut.

$$U_1, U_2, U_3, U_4, \dots$$

$$50.000 (1,1) \times 50.000 (1,1)^2 \times 50.000 (1,1)^3 \times 50.000 \dots$$

Langkah 3

Menentukan jumlah penduduk pada 1 Januari 2018.

Amati bahwa barisan yang diperoleh pada Langkah 2 adalah barisan geometri dengan suku pertama $U_1 = a = 50.000$ dan perbandingan $p = 1,1$. Jumlah penduduk pada 1 Januari 2018 adalah suku ke-11 atau U_{11} . Mengapa? Coba kamu jelaskan alasannya.

Rumus suku ke- n barisan geometri adalah $U_n = ap^{n-1}$ maka

$$U_{11} = 50.000(1,1)^{11-1} = 50.000(1,1)^{10} = 129.687,123$$

Jadi, jumlah penduduk pada 1 Januari 2018 adalah 129.687 jiwa.

GContoh 6.7

Bu Aminah membeli mobil baru seharga Rp 200.000.000,00. Mobil tersebut mengalami depresiasi (penurunan harga jual) sebesar 20% pada setiap akhir 1 tahun. Berapa rupiah harga jual mobil tersebut pada akhir tahun keenam?

Penyelesaian:

Langkah 1

Menuliskan apa yang diketahui dan apa yang ditanyakan soal.

Diketahui: Harga mobil baru Rp200.000.000,00

Depresiasi 20% atau 0,2 setiap akhir 1 tahun

Ditanyakan: harga jual mobil pada akhir tahun keenam.

Langkah 2

Membuat model matematika dari masalah pada soal, sebagai berikut. Misalnya harga mobil baru adalah $a = 200.000.000,00$ dengan demikian diperoleh model berikut.

- Harga jual mobil pada akhir tahun kesatu adalah

$$U_2 = 200.000.000 - 0,2 (200.000.000) \quad (\text{gunakan sifat distributif})$$

$$= 200.000.000 (1 - 0,2)$$

$$= 0,8 \times 200.000.000$$

- Harga jual mobil pada akhir tahun kedua adalah

$$U_3 = 0,8 \times 200.000.000 - 0,2 (0,8 \times 200.000.000)$$

Siapa Berani?

- Awal bulan, Pak Tobing menabung di suatu bank sebesar Rp100.000,00 dengan suku bunga majemuk 1% per bulan. Berapa rupiah jumlah tabungan Pak Tobing setelah disimpan selama 1 tahun?
- Seekor ikan berenang lurus dengan kecepatan tetap 32 km/jam selama jam pertama. Pada jam kedua kecepatannya menjadi $\frac{2}{3}$ -nya, demikian seterusnya setiap jam kecepatannya menjadi $\frac{2}{3}$ kecepatan jam sebelumnya. Berapa kilometer jarak yang ditempuh ikan tersebut pada 8 jam pertama?



Catatan

Perhitungan suku bunga majemuk adalah perhitungan bunga yang akan diperoleh pada bulan atau tahun berikutnya, dihitung dari saldo pada bulan atau tahun sebelumnya. Penjelasan lebih dalam tentang materi ini akan kamu temui di tingkat SMA/SMK

InfoNet

Kamu dapat menambah wawasanmu tentang materi dalam bab ini dari internet dengan mengunjungi alamat:

www.smu-net.com/main.php?act=um>p=materi&umtr=2

Siapa Berani?

Dari deret geometri diketahui $U_4 : U_6 = k$ dan $U_2 \times U_8 = \frac{1}{k}$.

Nyatakan suku pertama deret tersebut dalam k .

$$\begin{aligned} &= 0,8 \times 200.000.000 (1 - 0,2) && \text{(gunakan sifat distributif)} \\ &= 0,8 \times 200.000.000 (0,8) \\ &= (0,8)^2 \times 200.000.000 \end{aligned}$$

- Harga jual mobil pada akhir tahun ketiga adalah
$$\begin{aligned} U_4 &= (0,8)^2 \times 200.000.000 - 0,2 (0,8^2 \times 200.000.000) \\ &= (0,8)^2 \times 200.000.000 (1 - 0,2) && \text{(gunakan sifat distributif)} \\ &= (0,8)^2 \times 200.000.000 (0,8) \\ &= 0,8^3 \times 200.000.000 \end{aligned}$$

Dengan demikian, diperoleh barisan berikut.

$$\begin{aligned} &a, U_2, U_3, U_4, \dots \\ &200.000.000, (0,8) \times 200.000.000, (0,8)^2 \times 200.000.000, \\ &(0,8)^3 \times 200.000.000, \dots \end{aligned}$$

Langkah 3

Menentukan harga jual mobil pada akhir tahun keenam (U_7), sebagai berikut. Amatilah bahwa barisan yang diperoleh pada langkah ke-2 adalah barisan geometri dengan suku pertama (U_1) = 200.000.000 dan pembanding $p = 0,8$. Rumus suku ke- n barisan geometri adalah $U_n = ap^{n-1}$ maka

$$\begin{aligned} U_7 &= 200.000.000 (0,8)^{7-1} \\ &= 200.000.000 (0,8)^6 \\ &= 52.428.800 \end{aligned}$$

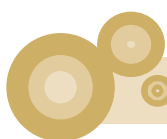
Jadi, harga jual mobil pada akhir tahun keenam adalah Rp52.428.800,00.

Tes Kompetensi 6.2

Kerjakan soal-soal berikut dalam buku latihanmu.

1. Tentukan beda dan suku ke-10 dari barisan berikut.
 - a. $-17, -11, -5, \dots$
 - b. $\frac{1}{2}, \frac{2}{5}, \frac{3}{10}, \dots$
 - c. $-10\frac{1}{2}, -8, -5\frac{1}{2}$
 - d. $\frac{1}{5}k, \frac{2}{5}k, \frac{3}{5}k, k, \dots$
2. Tentukan rumus suku ke- n dari setiap barisan bilangan berikut.
 - a. $2, 5, 8, 11, \dots$
 - b. $16, 32, 64, 128, \dots$
 - c. $35, 31, 27, 23, \dots$
 - d. $108, 36, 12, 4, \dots$
3. Tentukan masing-masing 5 contoh barisan aritmetika dan bukan barisan aritmetika selain contoh yang sudah ada.
4. Carilah suku ke- n deret aritmetika jika diketahui suku pertama (a) dan beda (b) berikut.
 - a. $a = 9, b = -3, \text{ dan } n = 24$
 - b. $a = 12, b = -7, \text{ dan } n = 8$
 - c. $a = -4, b = 4, \text{ dan } n = 100$
 - d. $a = 2, b = 9, \text{ dan } n = 15$
5. Tulislah lima suku pertama dari barisan yang suku ke- n -nya dinyatakan dengan rumus berikut.
 - a. $2n + 1$
 - b. $n^2 + 1$
 - c. $n^2 + n$
 - d. $5 \times 2^{n-1}$

6. Tentukan rasio (pembanding) dan suku ke- n (U_n) dari setiap barisan geometri berikut.
- $1, -1, 1, \dots$
 - $2, 8, 32, \dots$
 - $5, 2\frac{1}{2}, 1\frac{1}{4}, \dots$
 - $1, 7, 49, \dots$
7. Berapakah jumlah dua belas suku pertama deret berikut.
- $-5 + (-2) + 1 + \dots$
 - $6 + 1 + (-4) + \dots$
 - $32 + 16 + 8 + \dots$
 - $\frac{1}{3} + \frac{1}{9} + \frac{1}{27} + \dots$
- Untuk soal nomor 8 sampai dengan nomor 10, tentukan jumlah barisan untuk soal-soal berikut.
- Tiga puluh bilangan cacah yang pertama.
 - Dua puluh lima bilangan asli genap yang pertama.
 - Dua puluh delapan bilangan ganjil yang pertama.
11. Jumlah n suku pertama suatu deret aritmetika adalah $S_n = 3n^2 - 5(n - 1)$. Tentukan:
- suku ke-10;
 - beda;
 - sepuluh suku pertama deret tersebut.
12. Tentukan nilai t agar barisan berikut menjadi barisan geometri.
- $t, t + 2, t + 6$
 - $t - 2, t + 1, 3t + 3$
13. Carilah nilai dari $(2 + 4 + 6 + \dots + 100) - (1 + 3 + 5 + \dots + 99)$.
14. Hitunglah deret bilangan berikut.
- $\frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \frac{1}{16} + \dots + \frac{1}{52} + \frac{1}{104}$
 - $11 + 22 + 33 + 44 + 55 + 66 + 77 + 88 + 99$
 - $2 + 4 + 6 + 8 + \dots + 94 + 96 + 98 + 100$
15. Carilah x sehingga $x + 3$, $2x + 1$, dan $5x + 2$ adalah bilangan berurutan yang memenuhi barisan aritmetika.
16. Sebuah bank swasta memberikan bunga majemuk 6% per tahun. Jika bunganya ditutup setiap akhir tahun, berapakah uang nasabah sebesar Rp1.000.000,00 setelah disimpan selama 4 tahun?
17. Dalam suatu rapat, setiap peserta diminta berjabat tangan satu kali dengan peserta lain. Berapa kalikah jabatan tangan yang terjadi jika peserta yang datang sebanyak:
- 5 orang;
 - 8 orang;
 - 15 orang;
 - 20 orang



Ringkasan

Berikut ini contoh rangkuman dari sebagian materi pada bab ini.

- Beberapa pola barisan bilangan, di antaranya adalah sebagai berikut.
 - barisan bilangan ganjil adalah $1, 3, 5, 7, \dots$
 - barisan bilangan genap adalah $2, 4, 6, 8, \dots$
 - barisan bilangan segitiga adalah $1, 3, 6, 10, \dots$
 - barisan bilangan persegi adalah $1, 4, 9, 16, \dots$, dan
- Barisan bilangan berpola diperoleh dengan mengurutkan bilangan-bilangan dengan aturan tertentu, dan tiap-tiap bilangan yang terdapat pada barisan bilangan disebut suku dari barisan itu.

- | | |
|--|--|
| <p>3. Rumus suku ke-n barisan aritmetika
$U_n = a + (n - 1)b$</p> <p>4. Jumlah n suku pertama deret aritmetika
$S_n = \frac{n}{2}(a + U_n)$ atau $S_n = \frac{n}{2}(U_1 + U_n)$</p> <p>5. Rumus suku ke-n barisan geometri
$U_n = ap^{n-1}$</p> | <p>6. Jumlah n suku pertama deret geometri
$S_n = \frac{a(1 - p^n)}{1 - p}; p < 1$
atau
$S_n = \frac{a(p^n - 1)}{p - 1}; p > 1$</p> |
|--|--|

Coba kamu buat rangkuman dari materi yang telah kamu pelajari pada bab ini dengan kata-katamu sendiri. Tuliskan rangkuman tersebut pada buku latihanmu.



Refleksi

1. Buatlah kelompok yang terdiri atas 5 sampai 8 orang atau disesuaikan dengan kondisi kelasmu.
2. Setiap anggota kelompok menceritakan tentang faktor-faktor yang menghambatmu dalam memahami materi Barisan dan Deret Bilangan.
3. Tuliskan hasilnya, kemudian presentasikan di depan kelas bergantian dengan kelompok lain.



Tes Kompetensi Bab 6

Kerjakanlah pada buku tugasmu.

Pilihlah salah satu jawaban yang paling tepat.

- | | |
|--|---|
| <p>1. Suku berikutnya dari barisan 1, 3, 6, 10 adalah</p> <p>a. 14
b. 15
c. 16
d. 17</p> <p>2. Jumlah 17 bilangan ganjil yang pertama sama dengan</p> <p>a. 361
b. 324
c. 289
d. 256</p> | <p>3. Hasil dari $347^2 - 346^2$ sama dengan</p> <p>a. $2(347 - 346)$
b. $2(347) - 346$
c. $2(347) + 346$
d. $347 + 346$</p> <p>4. Suku berikutnya dari barisan 3, 6, 11, 18 adalah</p> <p>a. 28
b. 27
c. 26
d. 25</p> |
|--|---|

5. Suku ke- n dari suatu barisan ditentukan dengan rumus $2^n - 1$. Suku ke-5 dari barisan tersebut adalah
- 31
 - 32
 - 33
 - 34
6. Rumus suku ke- n dari barisan 0, 2, 6, 12, 20 adalah
- $n(n + 1)$
 - $2n^2 + 1$
 - $2n^2 - n$
 - $n^2 - n$
7. *Amoeba* yang terdiri atas satu sel berkembang biak dengan cara membelah diri. Setelah 20 menit, *Amoeba* itu membelah menjadi 2 ekor, setelah 40 menit menjadi 4 ekor, setelah 60 menit menjadi 8 ekor, dan demikian seterusnya. Banyaknya *Amoeba* setelah 3 jam adalah
- 512 ekor
 - 256 ekor
 - 128 ekor
 - 64 ekor
8. Ibu Ina pergi ke Jakarta selama 50 hari. Jika ia berangkat hari Sabtu, ia kembali hari
- Sabtu
 - Minggu
 - Senin
 - Selasa
9. Jika suku ke- n dari suatu barisan bilangan adalah $\frac{n}{2n - 1}$, tiga suku pertamanya adalah
- $1, \frac{2}{5}, \frac{3}{7}$
 - $\frac{1}{3}, \frac{2}{3}, \frac{5}{3}$
 - $1, \frac{2}{3}, \frac{5}{3}$
 - $1, \frac{2}{3}, \frac{3}{5}$
10. Jika suku ke- n dari suatu barisan adalah $5n^2 - 3$, suku ke-7 adalah
- 242
 - 177
 - 122
 - 67
11. Suku pertama dan kedua suatu deret geometri berturut-turut adalah 2^{-4} dan 2^x . Jika suku kedelapan adalah 2^{52} maka x sama dengan
- 16
 - 12
 - 8
 - 4
12. Suku kelima dan kesepuluh dari suatu barisan aritmatika berturut-turut adalah 30 dan 50. Suku ketujuh barisan tersebut adalah
- 25
 - 35
 - 38
 - 48
13. Suku ke-31 barisan $3, \frac{11}{2}, 8, \frac{21}{2}, \dots$, 98 adalah
- 65
 - 78
 - 80
 - 82
14. Pada suatu barisan aritmetika, $U_1 = 10$ dan $U_{28} = 91$. Beda antara dua suku yang berurutan adalah
- 2
 - 3
 - 4
 - 5
15. Jumlah 50 suku pertama deret $-98, -95, -92, -89, \dots$ adalah
- 1.552
 - 1.225
 - 1.035
 - 1.025



Tes Kompetensi Semester 2

Kerjakanlah pada buku tugasmu.

Pilihlah salah satu jawaban yang paling tepat.

1. Nilai n jika $\sqrt[3]{125} = n + 2$ adalah
 - a. 5
 - b. 4
 - c. -7
 - d. -3
2. Bilangan nol dipangkatkan dengan bilangan bulat positif akan menghasilkan
 - a. bilangan bulat positif
 - b. bilangan bulat negatif
 - c. bilangan nol (0)
 - d. bilangan real
3. Bentuk pangkat $\frac{x^1 \diamond y^2}{x^2}$ dapat dituliskan tanpa pangkat bilangan bulat negatif menjadi
 - a. xy^2
 - b. $\frac{y^2}{x}$
 - c. $\frac{y^2}{x^2}$
 - d. $\frac{y^2}{x^3}$
4. Sebuah bilangan bulat positif yang dipangkatkan dengan bilangan nol hasilnya sama dengan
 - a. 0
 - b. 1
 - c. bilangan bulat positif
 - d. bilangan bulat negatif
5. Bentuk akar dari $y^{\frac{p}{r}}$ adalah
 - a. $\sqrt[p]{y^r}$
 - b. $\sqrt[r]{y^p}$
 - c. $\sqrt[p]{x}$
 - d. $\sqrt[r]{x}$
6. Jika $\sqrt{2} = 1,414$; maka nilai dari $\sqrt{50}$ adalah
 - a. 7,07
 - b. 7,14
 - c. 14,14
 - d. 6,414
7. Diketahui $a - b = 4$ maka nilai dari $\frac{(a - b)^4}{(b - a)^3}$ adalah
 - a. 4
 - b. 4^2
 - c. -4
 - d. -4^2
8. Bentuk yang paling sederhana dari $\frac{x^5 \diamond x^4 \diamond x}{x \diamond x^2}$; $x \neq 0$ adalah
 - a. x^5
 - b. x^6
 - c. x^7
 - d. x^8
9. Bentuk sederhana dan rasional dari $\frac{15}{5 + \sqrt{10}}$ adalah
 - a. $\frac{15}{35}(5 + \sqrt{10})$
 - b. $5 - \sqrt{10}$
 - c. $\frac{1}{3}(5 + \sqrt{10})$
 - d. $5 + \sqrt{10}$

10. Diketahui barisan bilangan berikut.
1, 4, 8, 13
Suku berikutnya adalah
- 19
 - 20
 - 21
 - 22
11. Diketahui barisan bilangan berikut.
 $1 \times 2, 2 \times 3, 3 \times 4, \dots, 51 \times 52$
Suku ke- n barisan tersebut adalah
- $n^2 + n$
 - $n^2 - n$
 - $(n - 1) \times n$
 - $n \times (n - 2)$
12. Diketahui barisan bilangan berikut.
600, 580, 560, 540, ..., 320.
Suku kedua belas dari barisan tersebut adalah
- 380
 - 300
 - 210
 - 200
13. Jumlah 15 bilangan genap pertama adalah
- 240
 - 230
 - 220
 - 210
14. Suku ketiga dan suku kelima suatu barisan geometri berturut-turut 27 dan 243. Suku pertama barisan tersebut adalah
- 2
 - 3
 - 5
 - 6
15. Suatu jenis motor mengalami penurunan harga sebesar 2% pada setiap akhir tahun. Pada Januari harga motor baru Rp16.000.000,00. Harga jual motor tersebut pada akhir tahun ke-4 adalah
- Rp14.720.000,00
 - Rp14.740.000,00
 - Rp14.400.000,00
 - Rp14.080.000,00
16. Diketahui barisan bilangan 2, 4, 7, 11, ..., 56. Rumus suku ke- n barisan tersebut adalah
- $U_n = \frac{1}{2}(n + 3)$
 - $U_n = \frac{1}{2}(n^2 + n + 2)$
 - $U_n = \frac{1}{2}(n + 2)$
 - $U_n = \frac{3}{4}(n^2 + 3)$
17. Wawan pergi ke Bali selama 40 hari. Jika ia berangkat pada hari Senin, ia akan kembali hari
- Senin
 - Selasa
 - Jumat
 - Sabtu
18. 2, 4, 6, 10, 16,
Barisan bilangan tersebut adalah barisan bilangan
- segitiga
 - Fibonacci
 - persegi
 - genap
19. Satu pasukan parade *drum band* yang berjumlah 49 orang membentuk formasi barisan. Paling depan 1 orang, kemudian di belakangnya bertambah 2, dan berikutnya bertambah 2 lagi dan seterusnya. Maka banyaknya orang pada barisan terakhir adalah
- 11
 - 13
 - 15
 - 17
20. Sebuah deret aritmetika terdiri dari 10 suku, jumlah suku pertama dan ke-2 adalah 9. Adapun jumlah suku ke-5 dan ke-6 adalah 33. Jumlah deret tersebut adalah
- 30
 - 67
 - 156
 - 165

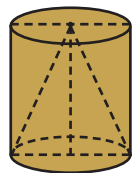
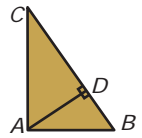


Tes Kompetensi Akhir Tahun

Kerjakanlah pada buku tugasmu.

Pilihlah salah satu jawaban yang paling tepat.

- Rumus suku ke- n dari barisan 4, 7, 10, 13 adalah
 - $3n + 1$
 - $3n + 2$
 - $3n - 1$
 - $3n - 2$
- Panjang sebuah jalan pada peta yang mempunyai skala 1 : 500.000 adalah 10 cm. Panjang jalan sesungguhnya adalah
 - 0,05 km
 - 0,5 km
 - 5 km
 - 50 km
- Dari seperangkat kartu dilakukan pengambilan secara acak sebanyak 260 kali dan setiap kali pengambilan kartu dikembalikan. Frekuensi harapan yang terambil kartu As adalah sebanyak
 - 5 kali
 - 20 kali
 - 40 kali
 - 60 kali
- Diketahui data sebagai berikut.
28, 25, 26, 22, 24, 27, 22, 21, 29, 28, 27, 24, 22, 21, 24, 25, 25, 27, 23, 26.
Median dari data tersebut adalah
 - 23
 - 24
 - 25
 - 26
- Jika diketahui luas permukaan sebuah tangki BBM yang berbentuk bola adalah 2.464 m^2 dan $\pi = \frac{22}{7}$ maka jari-jari tangki tersebut adalah
 - 7 m
 - 14 m
 - 21 m
 - 28 m
- Suku ke-15 dari barisan bilangan 1, 4, 9, 16, ... adalah
 - 225
 - 250
 - 256
 - 265
- Jika $(\sqrt[3]{\sqrt{216}})^3 = y^{\frac{3}{2}}$, nilai y adalah
 - 4
 - 6
 - 12
 - 16
- Frekuensi harapan munculnya mata dadu kelipatan dua yang dilempar 480 kali adalah
 - 80
 - 160
 - 240
 - 320
- Pada gambar berikut diketahui panjang $BC = 20 \text{ cm}$. Jika $BD = 6 \text{ cm}$, panjang AD adalah
 - 18 cm
 - 12 cm
 - 8 cm
 - 6 cm
- Jika luas permukaan tabung 858 cm^2 dan diameter tabung 21 cm maka volume kerucut dalam tabung tersebut adalah
 - $288,75 \text{ cm}^3$
 - $866,25 \text{ cm}^3$
 - $1.501,5 \text{ cm}^3$
 - $1.732,5 \text{ cm}^3$
- Seorang pemain sepakbola telah mencetak 68 gol dari 85 kali penampilannya. Jika ia ingin mencapai rata-rata gol 0,84 dalam 15 pertandingan selanjutnya, banyak gol yang harus ia cetak adalah
 - 13
 - 14
 - 15
 - 16



12. Jika $\frac{(5^2)^5 (7^3)^4}{(7^5)^2 (5^4)^2} = \sqrt{x}$ maka nilai \sqrt{x} adalah

- a. 33 c. 35
b. 34 d. 36

13. Segitiga KLM dengan besar $K = 38^\circ$ dan $L = 62^\circ$ sebangun dengan segitiga ABC dengan besar

- a. $A = 38^\circ$ dan $B = 80^\circ$
b. $B = 62^\circ$ dan $C = 80^\circ$
c. $A = 80^\circ$ dan $C = 38^\circ$
d. $B = 38^\circ$ dan $C = 62^\circ$

14. Peluang munculnya muka dadu berjumlah 5 pada pelemparan 2 buah dadu adalah

- a. $\frac{1}{9}$ c. $\frac{1}{6}$
b. $\frac{1}{4}$ d. $\frac{1}{36}$

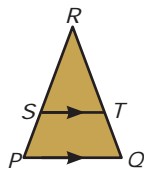
15. Jumlah 7 suku pertama dalam barisan 2, 6, 18, ... adalah

- a. 486 c. 2.186
b. 976 d. 4.372

16. Simpangan kuartil dari data: 6, 4, 6, 4, 2, 6, 5, 3, 6 adalah

- a. 1,75 c. 1,25
b. 1,50 d. 1,00

17. Amati gambar berikut. $PQ \parallel ST$, $PQ = 18$ cm, $ST = 12$ cm, dan $QR = 54$ cm. Panjang TR adalah



- a. 18 cm c. 36 cm
b. 24 cm d. 48 cm

18. Sebuah tabung dengan diameter 30 cm diisi minyak sampai $\frac{3}{4}$ bagian. Jika volume minyak 8.478 cm³ maka tinggi tabung tersebut adalah ($\pi = 3,14$)

- a. 4 c. 12
b. 8 d. 16

19. Bentuk $\frac{x^2 y^3}{x^3}$ dapat dituliskan tanpa pangkat bilangan bulat negatif menjadi

- a. $x^5 y^3$ c. xy^3
b. $x^1 y^3$ d. $2x^3 y$

20. Suku ke-8 dari barisan bilangan 2, 7, 12, 17, ... adalah

- a. 32 c. 42
b. 37 d. 47

21. Dalam suatu kelas terdapat 25 siswa putri dan 15 siswa putra. Jika salah seorang dipanggil oleh wali kelas secara acak, peluang terpanggilnya siswa putri adalah

- a. $\frac{5}{8}$ c. $\frac{3}{8}$
b. $\frac{3}{5}$ d. $\frac{1}{4}$

22. Volume kerucut yang garis pelukisnya 20 cm dan jari-jarinya 12 cm dengan $\pi = 3,14$ adalah

- a. 752,6 cm³ c. 2.411,5 cm³
b. 5.024 cm³ d. 3.014,4 cm³

23. Dua bola jari-jarinya masing-masing adalah r_1 dan R , sedangkan luas kulitnya masing-masing L_1 dan L_2 . Jika $R = 4r$ maka $L_1 : L_2$ adalah

- a. 1 : 4 c. 1 : 16
b. 1 : 8 d. 1 : 32

24. Jika $a = 3^{\frac{1}{4}}$ dan $b = 5^{\frac{1}{2}}$ maka $\sqrt{45} = \dots$

- a. $a^2 b$ c. $a^2 b^2$
b. ab^2 d. $a^4 b$

25. Mean dari data 25, 21, 28, 24, 25, 27, x , 22, 23, 21 adalah 24. Nilai x yang memenuhi adalah

- a. 22 c. 24
b. 23 d. 25